

# 世新大學九十七學年度碩士班招生考試試題卷

第 1 頁共計 1 頁

| 系所組別        | 考 試 科 目 |
|-------------|---------|
| 資訊管理學系資訊科技組 | 線性代數    |

※本考題 ☒ 可使用 ☐ 禁止使用 簡易型電子計算機

※考生請於答案卷內作答

1. 討論下列線性方程組中  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$  之間的關係式，以判定方程組在何種關係式之下，解集合會是(i)無解，或者是(ii)有唯一一組解，或者是(iii)有無窮多組解(15 分).

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & b & 3 \\ 3 & -5 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix}$$

2. 矩陣  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & -3 \\ -5 & 3 & -1 & -7 \\ 3 & -2 & 1 & 4 \\ -8 & 5 & -2 & -10 \end{pmatrix}$ ，求逆矩陣  $A^{-1}$  (20 分).

3. 線性方程組  $\begin{pmatrix} 3 & 0 & 3 & 2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 2 & 2 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & -1 & 1 \\ 3 & 0 & 3 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$  的解集合是一個向量空間，求此向量空間的一組基底(basis)(15 分).

間的一組基底(basis)(15 分).

4. 矩陣  $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 2 \\ 3 & 6 & 3 \\ 6 & 6 & 9 \end{pmatrix}$ ，試求(a)A 的特徵值(Eigenvalue)與各特徵值所對應的特徵向量(Eigen

-vector)(10 分), (b)再求  $3(A^T)^2 - 7(A^T) + 2 \cdot I_3$  的特徵值與各特徵值所對應的特徵向量(10 分).

5. 已知矩陣 A 滿足  $A \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ ,  $A \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ ,  $A \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ ，計算  $A \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$  為何(15 分).

6. 向量空間  $V$  中的一組非零向量集合:  $v_1, v_2, \dots, v_n$  滿足彼此之間的向量內積為零，證明  $v_1, v_2, \dots, v_n$  之間為線性獨立(15 分).